AQUA SCHOOL Groupe
المجمع المدرسي الخاص أكواسكول
Groupe scolaire privé AQUASCHOOL

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لشرق ولاية الجزائر

قرار إنشاء رقم: 2021/151
رخصة فتح رقم: 2022/198

الشعبة: سنة ثالثة علوم تجريبية	السنة الدراسية: 2026/2025
إختبار الثلاثي الثاني في مادة: الرياضيات	المدة: 02 ساعة

التمرين الأول: (07 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس، موزعة كما يلي: ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 0، 0، 1، وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: 1، 1، 0، وكرية حمراء مرقمة بـ: 2.
نسحب عشوائياً وفي آن واحد كريتين من الكيس، ونعتبر الأحداث A، B و C الآتية:

A: "الحصول على كريتين مختلفتين في اللون"، B: "الحصول على كرة حمراء على الأكثر"،

C: "الحصول على كريتين تحملان رقمين زوجيين"

1. (ا) بيّن أن احتمال الحدث A يساوي $\frac{5}{7}$ وأن احتمال الحدث B يساوي 1.

(ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A \cap C)$، وهل الحدثان A و C مستقلان؟

(ج) استنتج احتمال الحصول على كريتين مختلفتين في اللون علماً أنهما تحملان رقمين زوجيين.

2. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب كريتين جداء الرقمين المسجلين عليهما.

(ا) أثبت أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي: $\{0;1;2\}$.

(ب) بين أن: $P(X=0)=\frac{5}{7}$، وعيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) المعرفتان على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_1=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=\frac{n}{3n+3}u_n-\frac{2}{n+1}$ و $v_n=nu_n+3$.

1. احسب u_2 و u_3، ثم تحقق أن المتتالية (u_n) لا حسابية ولا هندسية.

2. (ا) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

(ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_n=\frac{12\left(\frac{1}{3}\right)^n-3}{n}$

3. احسب بدلالة n المجموع $S_n=v_1+v_2+\cdots+v_n$.

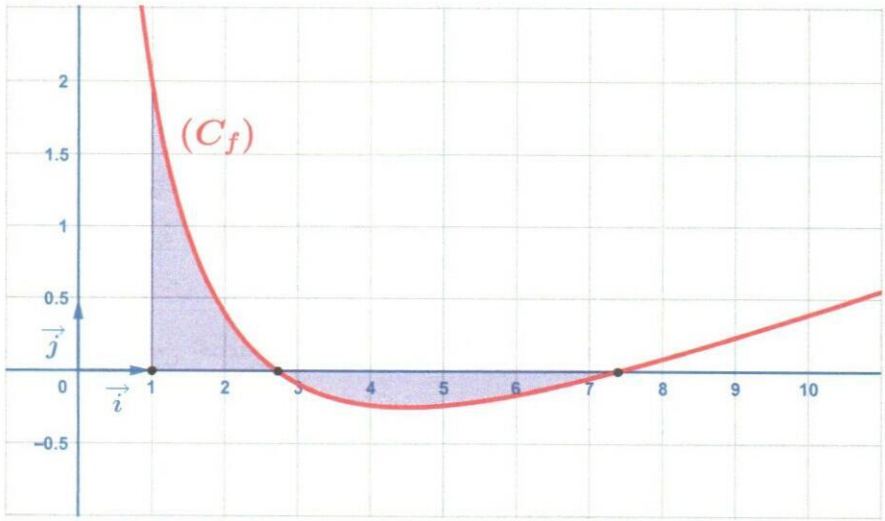
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $w_n=\frac{9n}{v_n-nu_n}$

- احسب بدلالة n المجموع $S'_n=w_1+w_2+\cdots+w_n$.

التمرين الثالث: (07 نقاط)

I) أوجد الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ حلّ المعادلة التفاضلية $y' = \dfrac{2\ln x - 3}{x}$، والتي تحقق: $g(1) = 2$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2 - 3\ln x + (\ln x)^2$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، حيث $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 1\,\text{cm}$.



1. حلّ في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة: $f(x) = 0$، ثم استنتج فاصِلتي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

2. (ا) تحقق أن الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $H(x) = x\ln x - x$ دالة أصلية للدالة $x \longmapsto \ln x$.

(ب) استنتج أن: $\displaystyle\int_1^e \ln x\,dx = 1$ و $\displaystyle\int_e^{e^2} \ln x\,dx = e^2$

3. باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أن: $\displaystyle\int_1^e (\ln x)^2\,dx = e - 2$ و $\displaystyle\int_e^{e^2} (\ln x)^2\,dx = 2e^2 - e$

4. استنتج القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[1;e^2]$.

5. احسب A بوحدة $u.a$، ثم بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x = 1$ و $x = e^2$

مدير الثانوي

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لشرق ولاية الجزائر

قرار إنشاء رقم: 2021/151
رخصة فتح رقم: 2022/198

AQUA SCHOOL Groupe
المجمع المدرسي الخاص أكواسكول
Groupe scolaire privé AQUASCHOOL

الإجابة النموذجية المقترحة لإختبار الثلاثي الثاني في مادة: الرياضيات - السنة الدراسية: 2026/2025 - الشعبة: سنة ثالثة علوم تجريبية - المدة: ساعتين

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (07 نقاط)		
1. (أ) حساب $P(A)$ و $P(B)$: $P(A)=\boxed{\frac{5}{7}}$، و $P(B)=\boxed{1}$	0.5×2	1
(ب) حساب $P(C)$ و $P(A\cap C)$: $P(C)=\boxed{\frac{2}{7}}$، و $P(A\cap C)=\boxed{\frac{5}{21}}$ - الحدثان A و C غير مستقلين، لأن $P(A\cap C)\neq P(A)\times P(C)$	0.5×4	2
(ج) حساب $P_C(A)$: $P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\boxed{\frac{5}{6}}$	0.5	0.5
2. (أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي X: $\boxed{X=\{0;1;2\}}$	0.5×3	1.5
(ب) قانون احتمال X وحساب أمله الرياضياتي: $P(X=0)=\boxed{\frac{5}{7}}$، $P(X=1)=\boxed{\frac{1}{7}}$، $P(X=2)=\boxed{\frac{1}{7}}$، و $E(X)=\boxed{\frac{3}{7}}$	0.5×4	2
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
1. حساب u_2 و u_3 والتحقق من طبيعة (u_n): $u_2=\boxed{-\frac{5}{6}}$، $u_3=\boxed{-\frac{23}{27}}$. $u_2-u_1\neq u_3-u_2$، إذن (u_n) ليست حسابية، و $\frac{u_2}{u_1}\neq\frac{u_3}{u_2}$، إذن (u_n) ليست هندسية.	0.5×2 0.25×2	1.5
2. (أ) إثبات أن (v_n) هندسية: (v_n) هندسية أساسها $\boxed{q=\frac{1}{3}}$.	0.5×2	1
(ب) كتابة v_n و u_n: $v_1=\boxed{4}$، و $\boxed{v_n=12\left(\frac{1}{3}\right)^n}$، و $\boxed{u_n=\frac{12\left(\frac{1}{3}\right)^n-3}{n}}$.	0.5×3	1.5
3. حساب S_n: لدينا: $S_n=4\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}}$، ومنه $\boxed{S_n=6\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}$.	0.5×2	1
4. حساب S'_n: لدينا: $w_n=\frac{9n}{3}=3n$، إذن: $\boxed{S'_n=\frac{3n(n+1)}{2}}$.	0.5×2	1
التمرين الثالث: (07 نقاط)		
I) حل المعادلة التفاضلية: لدينا: $g(x)=(\ln x)^2-3\ln x+C$، و $C=2$، إذن: $\boxed{g(x)=2-3\ln x+(\ln x)^2}$.	0.5×3	1.5
II) 1) حل المعادلة $f(x)=0$: $\boxed{x=e}$ أو $\boxed{x=e^2}$.	0.5×2	1
2) (أ) إثبات أن H أصلية: لدينا: $H'(x)=\boxed{\ln x}$، إذن H أصلية للدالة $x\longmapsto \ln x$.	0.5	0.5
(ب) حساب التكاملين: $\int_1^e \ln x\,dx=\boxed{1}$، و $\int_e^{e^2}\ln x\,dx=\boxed{e^2}$.	0.5×2	1
3) حساب تكامل $(\ln x)^2$: بالتجزئة: $\int_1^e(\ln x)^2dx=\boxed{e-2}$، و $\int_e^{e^2}(\ln x)^2dx=\boxed{2e^2-e}$.	0.5×2	1
4) القيمة المتوسطة m: باستعمال النتائج السابقة نجد: $\boxed{m=\frac{e^2-7}{e^2-1}}$.	1	1
5) حساب المساحة A: لدينا: $\boxed{A=-e^2+6e-7\,u.a}$، إذن: $\boxed{A=\frac{-e^2+6e-7}{2}\,cm^2}$.	0.5×2	1